

546
424

804-1
631

ЗОЛОТОЕ ДѢЛЕНИЕ,
КАКЪ ОСНОВНОЙ МОРФОЛОГИЧЕСКІЙ ЗАКОНЪ

ВЪ ПРИРОДѢ И ИСКУССТВѢ.

(ОТКРЫТІЕ ПРОФ. ЦЕЙЗИНГА).

съ ПРИМѢЧАНІЯМИ И ОБЪЯСНЕНІЯМИ

ВЪЗМОЖНО

Ю. Ф. В.

съ 21 ПОЛТИНАЖЕМЪ ВЪ ТЕКСТѢ, РАБОТЫ РИХАУ.



МОСКВА.

ТИПОГРАФИЯ Т. РИЦШ. У ЛУЗСКОЙ ЧАСТИ, ДОМЪ МЕДИЦИНСКОЙ.

1876.



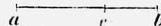
Доволено Цензурою. Москва, 14 Декабря, 1875 года.



2011137781

ЗОЛОТОЕ ДѢЛЕНІЕ

Если раздѣлить линію ab (чер. 1) на такія двѣ части, чтобы вся линія ab относилась къ большей своей части ac , какъ ac относится къ меньшей cb , то такое дѣленіе линіи называется въ геометріи дѣленіемъ линіи въ среднемъ и крайнемъ отношеніи.



Черт. 1.

Это-же дѣленіе извѣстно подъ именемъ золотого или божественнаго дѣленія и, какъ видно изъ Евклида, на немъ много основывали.

Д-ръ Цейзингъ считаетъ это дѣленіе красугольнымъ камнемъ, основнымъ закономъ въ природѣ, указываетъ существованіе этого дѣленія преимущественно на тѣлѣ человѣка и животныхъ и объясняетъ съ этой точки зрѣнія красоту древнихъ зданій; находитъ это-же дѣленіе въ царствѣ растительномъ, въ музыкальныхъ тонахъ, въ стихотворныхъ размѣрахъ, въ явленіяхъ химическихъ и т. д.

Уже въ древности, говоритъ онъ, считалось не только несомнѣнною, но и религіозной истиною, что человѣкъ, какъ въ духовномъ, такъ и въ физическомъ отношеніи есть совершеннѣйшее твореніе. Но въ чемъ состоитъ красота человѣческаго тѣла и въ чемъ вообще заключается изящное?

Не подлежитъ сомнѣнію, что изящное, какъ проявляющееся во времени и въ пространствѣ, подчинено числу и мѣрѣ. Не смотря на то, что изящное есть нѣчто внутреннее, духовное и существенная сторона его — таинственность и загадочность, оно должно имѣть свои законы, отыскать которые и есть задача эстетики; достигнуть же этого можно только при помощи математики.

Существенной стороной изящного уже в древности считалась пропорциональность как частей между собою, так и к целому. Но в чем состоит сама пропорциональность? какой ее закон?

На это Цейзинг дает следующий ответ.

Если при разделении целого на неравные части должна выйти пропорциональность, то отношение неравных частей друг к другу должно быть тоже, что и отношение частей к целому.

Эту мысль можно облечь в строго математическую формулу, а именно: целое не может одинаково относиться к своим частям (предполагая что эти части неравны), следовательно надо брать отношение целого к большей части, а между частями — отношение большей части к меньшей или иными словами: **целое должно относиться к большей части, как большая часть к меньшей.**

Эту пропорцию Цейзинг называет **Эстетическою пропорцією** и выводит из нее важные следствия.

Разделить линию в среднем и крайнем отношении можно или геометрически или алгебраически*). Точного рационального деления в целых числах не получается, но есть числа, в которых неточность эта делается весьма незначительна; так напр. число **89** довольно верно делится на **55** и **34**, т. е.

89 : 55 = 55 : 34, где произведение крайних членов = **3026**, а произведение средних = **3025**.

Даже:

55 : 34 = 34 : 21, где произведение кр. = **1155**, а средн. = **1156**

34 : 21 = 21 : 13, " " " = **442**, " = **441**

21 : 13 = 13 : 8, " " " = **168**, " = **169**

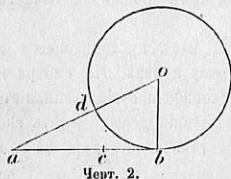
13 : 8 = 8 : 5, " " " = **65**, " = **64**

8 : 5 = 5 : 3, " " " = **24**, " = **25**

5 : 3 = 3 : 2, " " " = **10**, " = **9**

3 : 2 = 2 : 1, " " " = **3**, " = **4**

*) Геометрически делить линию **ab** в ср. и кр. отношении следующим образом: на концах линий **ab** (чер. 2) воздвигают перпендикулы **bo** равной половине линии **ab**; потом соединяют точки **a** и **o** и откладывают на **ab** линию **ac** равную **ad**. Тогда будет: **ab : ac = ac : ob**.



Черт. 2.

Разница между произведением крайних членов и произведением средних всегда = **1**, но точность пропорции разумеется уменьшается, начиная сверху.

Если вместо **89** возьмем число **1000** и при отыскивании частей возьмем 3 десятичных знака, то точность значительно возрастает. В следующей таблице каждый три подряд стоящих числа составляют пропорцию, в которой среднее число есть среднее пропорциональное; напр. **618,034** есть среднее пропорциональное между **1000** и **381,966** и т. д.

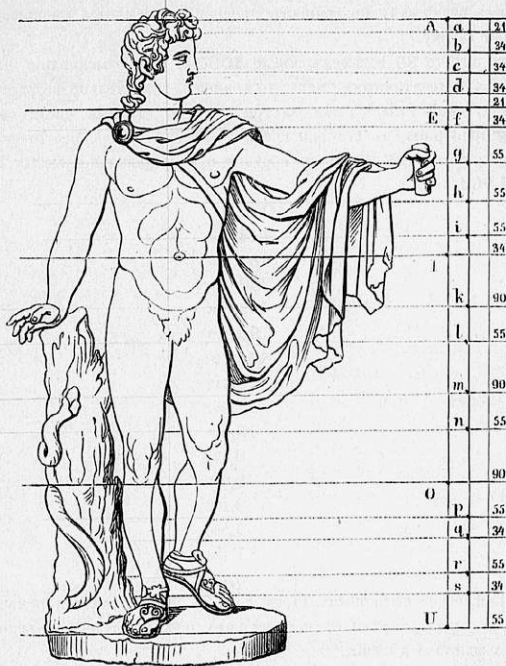
1000,000
618,034
381,966
238,068
145,898
90,170
55,728
34,442
21,286
13,156
8,131
5,025
3,106
1,920
1,186
0,733

Человеческое тело показывает как в целом, так и в частях; как в длине, так и в ширине, что оно построено на основании закона золотого деления.

Для подтверждения этого возьмем несколько рисунков в уменьшенном виде, но срисованных с математическою точностью с лучших произведений.

Таковы фигуры: Аполлона Бельведерского (фиг. 3), Антиноя (фиг. 8), Венеры Медицейской (фиг. 9), Диадумена Поликлета (фиг. 10), Венеры Книдской Праксителя (фиг. 11).

Начертим линию **AU** (фиг. 3), выражающую высоту человеческой фигуры (здесь фигуры Аполлона); разделив ее в среднем и крайнем отношении, получим, что: **AU : IU = IU : AI**, т. е. меньшая линия **AI** представит длину верхней части тела от макушки до пупа, а большая линия **IU** — длину нижней части тела от пупа до подошвы ног.



Фиг. 3.

Пунъ слѣд. есть какъ бы средоточіе пропорціональнаго дѣленія. По Витрувію онъ есть также естественный центръ въ тѣлѣ человѣка, ибо если человѣкъ ляжетъ на спину съ распростертыми руками и ногами и мы поставимъ одну ножку циркули въ пунъ, тогда другою ножкой мы можемъ провести кругъ, который пройдетъ черезъ концы пальцевъ ногъ и рукъ.

Что означенныя пунъ части дѣйствительно составляютъ главныя части человѣческаго тѣла, это можно лучше всего видѣть на скелетѣ (фиг. 4). Здѣсь видно ясно, что между ребрами и подвздошными ко-

стями существуетъ промежутокъ, черезъ который и проходить линія I дѣлящая тѣло на двѣ естественныя части.

Выразивъ разъ на всегда длину человѣческаго тѣла чрезъ 1000, мы получимъ (какъ уже выше было показано) $AI = 381,966$,

$$\text{а } IU = 618,034.$$

Разсмотримъ дальнѣйшее дѣленіе тѣла.

Если законъ золотого дѣленія (или Эстетическій законъ пропорціональности) справедливъ, то онъ долженъ и тутъ подтвердиться.

Въ верхней части главной точкой представляется шея, а въ нижней части — колѣно и дѣйствительно линія, дѣлящая верхнюю часть тѣла въ среднемъ и крайнемъ отношеніи проходить чрезъ шею, а въ нижней — черезъ колѣно.

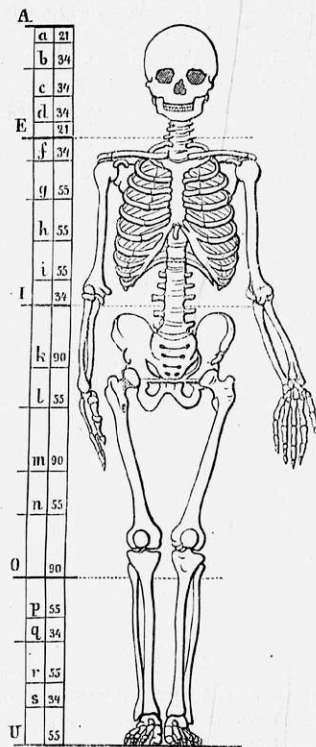
На фиг. 3 и фиг. 4 точка E проходитъ чрезъ такъ называемое Адамово лѣлоко и мы имѣемъ:

$$AI : EI = EI : AE$$

или въ числахъ

$$381,966 : 236,068 = 236,068 : 145,898^*)$$

Въ нижней части тѣла дѣленіе O проходитъ не черезъ самое колѣно, но черезъ то мѣсто, гдѣ (фиг. 4) малая берцовая кость явственно отдѣляется отъ большой берцовой кости или чрезъ сгибъ, образуемый

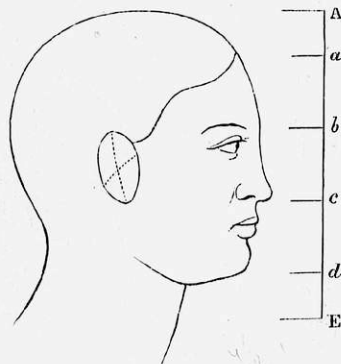


Фиг. 4.

*) Для краткости и для ясности будемъ писать одинъ дѣльный числа, отбрасывая десятичные знаки.

голенью ниже колѣна (фиг. 3). Здѣсь также: $IU : IO = IO : OU$ или въ числахъ: $618 : 381 = 381 : 236$.

Разсматривая дѣленіе этихъ частей тѣла мы замѣчаемъ въ нихъ тотъ-же Эстетическій законъ пропорціональности. Особенно ясно выражается это на самой верхней изъ найденныхъ нами четырехъ частей, на головной. А именно: раздѣлимъ AE (фиг. 3 и фиг. 5) такъ чтобы $AE : BE = BE : Ab$ или въ числахъ: $145 : 90 = 90 : 55$, тогда точка B пройдетъ черезъ обѣ дуги бровей.



Фиг. 5.

Раздѣлимъ линію Ab (фиг. 3 и фиг. 5) опять такъ, чтобы $Ab : ab = ab : Aa$ или въ числахъ:

$55 : 34 = 34 : 21$, тогда точка a пройдетъ черезъ то мѣсто, гдѣ начинаются расти волосы.

Раздѣливъ линію BE такъ, чтобы $BE : cE = cE : Be$ или въ числахъ:

$90 : 55 = 55 : 34$, тогда c пройдетъ черезъ основаніе носа.

Раздѣливъ линію cE такъ, чтобы $cE : cd = cd : dE$ или въ числахъ:

$55 : 34 = 34 : 21$, точка d пройдетъ черезъ самое основаніе подбородка.

И такъ всѣ 5 частей головы будутъ:

- 1) отъ макушки до лба (Aa) 21.
- 2) отъ лба до бровей (ab) 34
- 3) отъ бровей до основанія носа (bc) 34
- 4) отъ основанія носа до конца подбородка (cd) 34
- 5) отъ конца подбородка до горла (dE) 21

Разсматривая эти 5 частей, мы замѣчаемъ не только пропорціональность, но и симметрію.

На туловищѣ (фиг. 3 и фиг. 4) мы находимъ слѣдующія пропорціи: $EI : GI = GI : Eg$, т. е. все туловище относится къ части отъ середины груди до пупа, какъ эта часть относится къ меньшей части туловища отъ горла до середины груди.

Далѣе: линія Eg (фиг. 3) дѣлится точкой f , проходящей черезъ начало затылочного сгиба такъ, что: $Eg : gf = gf : Ef$ и т. д. такъ что и туловище состоитъ изъ 5 слѣдующихъ частей:

- 1) $Ef = 34$
- 2) $fg = 55$
- 3) $gh = 55$
- 4) $hi = 55$
- 5) $ii = 34$, которыя также кромѣ пропорціональности представляютъ и симметрію.

На фиг. 3 и 4 видимъ дальнѣйшія дѣленія тѣла.

Разсмотримъ еще дѣленія руки.

Рука AU (фиг. 6) точкой I , проходящей черезъ локоть, дѣлится такъ, что:

$$AU : IU = IU : AI$$

Точка O , идущая черезъ сгибъ кисти руки дѣлитъ IU такъ, что: $IU : IO = IO : OU$.

Особенно замѣтенъ Эстетическій законъ пропорціональности на дѣленіи кисти руки (фиг. 7). Здѣсь $OU : Uq = Uq : Oq$ или въ числахъ: $103 : 63 = 63 : 39$.

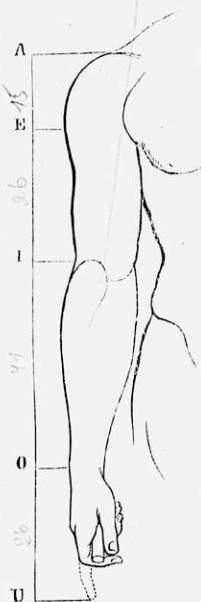
Далѣе:

$$Uq : Ur = Ur : rq \text{ или въ числахъ: } 63 : 39 = 39 : 24 \text{ и}$$

$$Ur : Us = Us : Sr \text{ или въ числахъ: } 39 : 24 = 24 : 15.$$

Такія же дѣленія пропорціональности замѣчаются и въ отношеніи ногъ и въ отношеніи ширины человѣческихъ частей.

Рисунки Антиноя (фиг. 8) и Венеры Медицейской (фиг. 9) подтверждаютъ справедливость этого закона. Но такъ какъ въ новѣйшее время эти произведенія не признаются за самые лучшіе образцы, то здѣсь приложены еще: Юноша съ повязкой (фиг. 10) и Книдская Венера Праксителы (фиг. 11). Полагаютъ, что Юноша есть подражаніе знаменитому Диадумену Поликлета, слѣд. того



Фиг. 6.



Фиг. 7.

художника, котораго слава преимущественно состояла въ искусствѣ формъ; на этой фигурѣ Эстетическій законъ пропорціональности совпадаетъ удивительно.

A	a	21
	b	34
	c	39
	d	34
E	e	21
	f	34
	g	55
	h	55
I	i	25
	j	34
	k	90
	l	55
O	m	90
	n	55
	o	90
	p	55
U	q	34
	r	55
	s	34
	t	55



Фиг. 8.

Законъ пропорціональности конечно подвергается уклонамъ относительно пола, возраста, племени и т. д. Такъ напр. верхняя часть тѣла женщины короче сравнительно съ тѣломъ мужчины, а нижняя — длиннѣе; голова женщины занимаетъ сравнительно меньшую часть,

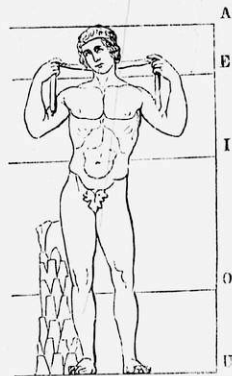


Фиг. 9.

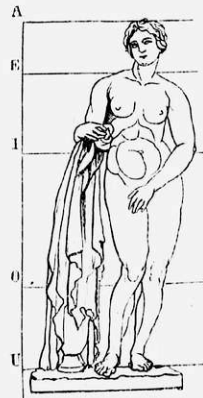
A	a	21
	b	34
	c	39
	d	34
E	e	21
	f	34
	g	55
	h	55
I	i	25
	j	34
	k	90
	l	55
O	m	90
	n	55
	o	90
	p	55
U	q	34
	r	55
	s	34
	t	55

чѣмъ голова мужчины; вообще въ тѣлѣ мужчины выражается болѣе пропорціональности, въ тѣлѣ женщины — симметрія.

Изъ царства животныхъ рассмотримъ лошадь (фиг. 12) и быка (фиг. 13).



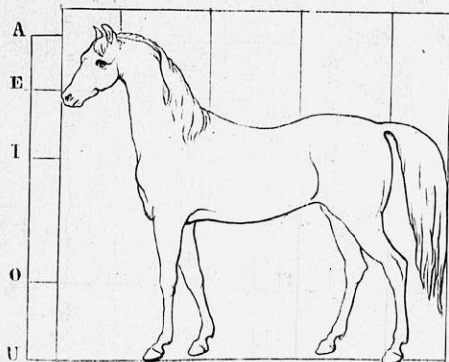
Фиг. 10.



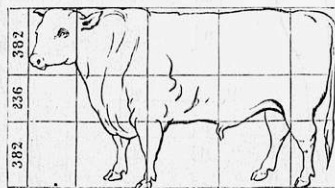
Фиг. 11.

Фиг. 12 представляет слѣдующіи пропорціи:

$AU : IU = IU : AI, AI : EI = EI : AE, IU : IO = IO : OU$ и т. д.



Фиг. 12.



Фиг. 13.

Длина лошади дѣлится на:

$$\begin{aligned} mr : or &= or : mo, \\ mo : no &= no : mn, \\ or : pr &= pr : op, \\ pr : pq &= pq : qr. \end{aligned}$$

Въ фиг. 13 части особенно выдающіеся подчиняются также ска-
зальному закону.

Изъ царства растений возьмемъ слѣдующій примѣръ.

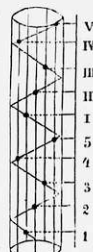
Если на молодомъ дубовомъ побѣгѣ провести линію отъ точки
прикрѣпленія одного листа къ слѣдующему другому, затѣмъ къ треть-
му и т. д. то насъ поразитъ правильность этой линіи: она пред-
ставляетъ винтовую линію. Это-же замѣчается и у другихъ растений: ольхи,
тополя, березы и т. д.

Если мы сосчитаемъ у растений число листьевъ, прикрѣпленныхъ
между двумя другъ надъ другомъ стоящими листьями, то найдемъ
напр. у дуба 5 листьевъ, а шестой листъ будетъ стоять надъ пер-
вымъ (фиг. 14); у другихъ растений это бываетъ иначе; есть такіа, у
которыхъ этотъ періодъ или циклъ листьевъ состоитъ изъ
13 (ананасъ), у нѣкоторыхъ даже изъ 21, 34 и даже най-
дены циклы изъ 55 листьевъ. Всѣ эти числа представ-
ляютъ замѣчательный рядъ:

2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55.

Математическій законъ этого ряда ясенъ: каждое слѣ-
дующее число получается изъ суммы двухъ предшествую-
щихъ.

Этотъ рядъ представляется намъ замѣчательнымъ еще
съ другой стороны.



Фиг. 14.

Если мы будемъ считать обороты, которые должна сдѣлать спи-
раль, чтобъ отъ одного листа дойти до другаго, то мы замѣтимъ
напр. у дуба, что винтовая линія сдѣлаетъ 2 оборота, пока кончится
циклъ изъ 5 листьевъ и 6-й листъ будетъ находиться надъ первымъ;
у ольхи съ трехлиственнымъ цикломъ спираль дѣлаетъ 1 оборотъ.

Разсматривая растения съ этой стороны мы увидимъ, что растения
съ 8-ью листовымъ цикломъ дѣлаютъ 3 оборота, съ 13-ю листовымъ
цикломъ — 5 оборотовъ и т. д., такъ что числа оборотовъ пред-
ставляютъ такой-же рядъ, какъ и числа листовыхъ цикловъ, именно:
1, 2, 3, 5, 8....

Обыкновенно оба ряда соединяютъ въ одинъ и выражаютъ дробями:
 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{8}{13}, \frac{13}{21}$ и т. д.

Числитель у этихъ дробей означаетъ число оборотовъ, а знамена-
тель — число листьевъ, составляющихъ циклъ.

Браунъ^{*)}, открывшій между прочими этотъ законъ расположенія
листьевъ, нашелъ даже въ цвѣтахъ подсолнечника дробь $\frac{55}{144}$.

^{*)} Кроме Брауна этотъ законъ замѣтили: Шмидтъ, Науманъ, Кундтъ и братья Браве.

Браунъ нашелъ уклоненіе отъ сказаннаго ряда, онъ встрѣчалъ напр. у нѣкоторыхъ бапановъ $\frac{3}{4}$, у печеночниковъ $\frac{4}{5}$ и т. д. и составилъ еще рядъ: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{8}$ и т. д. который есть впрочемъ слѣдствіе того-же закона.

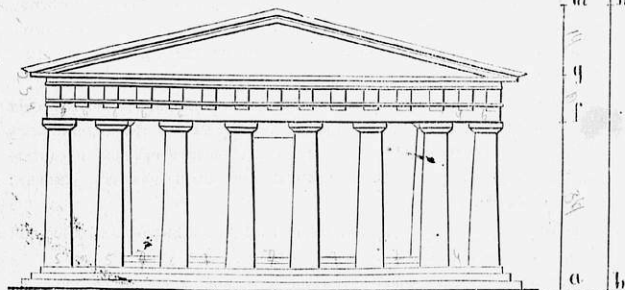
Обращаясь къ предметамъ зодчества мы замѣтимъ, что въ тѣхъ изъ нихъ, которые искони почитались образцами изящнаго, законъ пропорціональности подтверждается иногда съ поразительною точностію и относительно длины и ширины и относительно главныхъ частей и ихъ украшеній.

Возьмемъ напр. прекраснѣйшее твореніе греческой архитектуры **Паренонъ** въ Афинахъ (фиг. 15). Въ немъ длина архитрава = 107 футамъ, высота отъ основанія ступеней до верушки = 65 футамъ, слѣд. сумма обѣихъ частей = 172.

Раздѣливъ это число въ среднемъ и крайнемъ отношеніи, мы увидимъ, что большая часть почти = 107, а меньшая = 65, не считая небольшой дроби.

Высота **am** точкою **f** дѣлится такъ, что:
am : af = af : mf, гдѣ **af** означастъ высоту колоннъ вмѣстѣ съ ступенями, а **mf** — остальную часть высоты.

fm точкою **g** дѣлится опять такъ, что:
fm : mg = mg : gf.



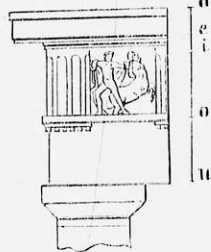
Фиг. 15.

Высота антаблемента (фиг. 16) раздѣляется точкою **o** на архитравъ и фризъ такъ, что: **au : ao = ao : ou**.

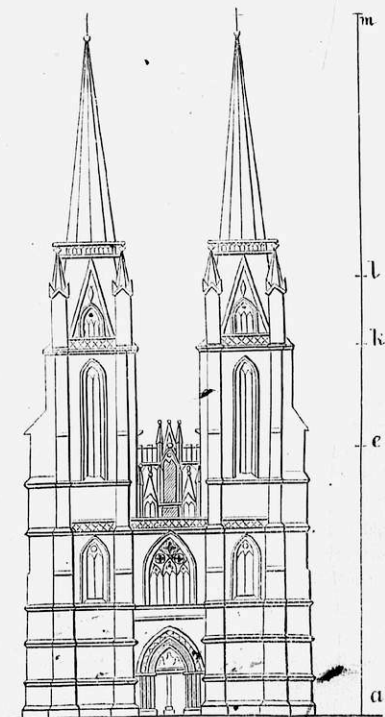
Въ линіи **ao** точка **i** отдѣляетъ фризъ отъ карниза и дѣлится **ao** такъ, что:
ao : oi = oi : ai.

Почти такіе-же отношенія встрѣчаются въ **Пропилеяхъ** Акрополиса въ Афинахъ, храмъ **Олимпійскаго Юпитера** въ Агригентѣ, храмъ **Аполлона** въ Аркадіи и др.

Еще болѣе очевиденъ Эстетическій законъ пропорціональности въ произведеніяхъ Готической Архитектуры.



Фиг. 13.



Фиг. 17.

Фиг. 17 представляет **Соборъ Св. Елизаветы** въ **Марбургѣ**. Высота **am** въ точкѣ **e** дѣлится такъ, что:

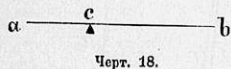
am : me = me : ea; далѣе: **em** дѣлится точкою **l** такъ, что:
me : ml = ml : le, а линія **le** дѣлится опять въ точкѣ **k** такъ,
 что: **le : ke = ke : lk**.

Кромѣ этихъ дѣлений можно указать и на другія.

Разсмотримъ еще существованіе Эстетическаго закона пропорциональности въ музыкѣ; но для незнакомыхъ съ музыкой считаемъ нелишнимъ предпослать этому разсмотрѣнію нѣсколько словъ.

Уже **Пифагоръ**, **Платонъ**, **Евклидъ**, **Аристотель** и др. объясняли теорію музыки чисто математическими законами.

Пифагоръ открылъ связь между музыкальнымъ звукомъ струны и ея длиною. Онъ замѣтилъ, что если раздѣлить струну **ab** (чер. 18) кобылкой **c** на двѣ части такъ, чтобы одна часть **bc** была болѣе другой **ac** вдвое, то звукъ издаваемый короткой частью струны будетъ тотъ-же, что и звукъ, издаваемый длинной частью струны. только онъ будетъ **тоньше** или, какъ говорятъ въ музыкѣ, **выше**.



Подобные звуки составляютъ въ музыкѣ **созвучіе** или **нонсансъ**, въ которомъ одинъ звукъ относительно другаго наз. его **октавою**.

Ему было также извѣстно и другое созвучіе, которое въ музыкѣ наз. **винтой**.

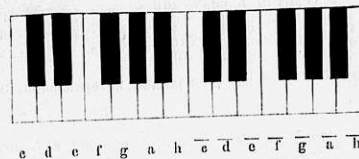
Витрувій былъ извѣстенъ употребительныя у математиковъ сравненія музыкальных интерваловъ и геометрическихъ отношеній; такъ напр. сравненіе **октавы** съ отношеніемъ угла правильнаго треугольника къ углу правильнаго шестиугольника ($60^\circ : 120^\circ$ или $1 : 2$), сравненіе **винты** съ отношеніемъ угла пр. треугольника къ углу пр. четырехугольника ($60^\circ : 90^\circ$ или $2 : 3$). **кварты** — съ отношеніемъ угла пр. четырехугольника къ углу пр. шестиугольника ($90^\circ : 120^\circ$ или $3 : 4$)*.

Позже найдено было **Гюйгенсомъ**, **Ньютономъ**, и **Даниломъ Бернулли**, что есть связь между музыкальнымъ звукомъ вообще и числомъ его колебаній.

*) Подобныя сравненія можно сдѣлать между большою терціею и отношеніемъ угла пр. пятиугольника къ углу пр. осмиугольника ($108^\circ : 135^\circ$ или $4 : 5$), **малой терціей** и отношеніемъ угла пр. четырехугольника къ углу пр. пятиугольника ($90^\circ : 108^\circ$ или $5 : 6$).

Въ настоящее время всѣ убѣждены, что теорія музыки построена на физико-математическихъ основаніяхъ. Самое наслажденіе музыкой, по выраженію **Эйлера**, состоитъ въ бессознательно-происходящей математической дѣятельности духа.

Разсматривая клавиатуру (чер. 19) мы видимъ 7 бѣлыхъ клавишъ, означенныхъ буквами **c, d, e, f, g, a, h**; за этими семью звуками слѣдуютъ другіе, означенные тѣми-же буквами, только перечеркнутыми.



Черт. 19.

Числа колебаній, соотвѣтствующія этимъ семи звукамъ, находятся въ весьма простыхъ отношеніяхъ. Такъ если принять число колебаній звука **c** за единицу, то для прочихъ звуковъ получаются слѣдующія числа:

звуки: **c d e f g a h c̄**
 числа колебаній: $1 \frac{2}{3} \frac{4}{3} \frac{5}{3} \frac{6}{3} \frac{7}{3} \frac{8}{3} 2$

Это значитъ, что если **c** дѣлаетъ напр. 24 колебанія въ секунду, то **d** дѣлаетъ въ $\frac{2}{3}$ раза больше **c**, т. е. 27 колебаній, **e** дѣлаетъ въ $\frac{4}{3}$ разъ больше чѣмъ **c**, т. е. 30 колебаній и т. д.

Если мы звукъ **c** назовемъ **основнымъ** звукомъ или **примой***), то звукъ **d** наз. **секундой** отъ основнаго, **e** — **терціей**, **f** — **квартой**, **g** — **винтой**, **a** — **сенстой**, **h** — **септимой** и **c̄** — **октавой**.

Для того, чтобы отыскать геометрическое отношеніе между числами колебаній, дѣлать одно число на другое (именно звукъ болѣе высокій на менѣе высокій); такъ напр. отношеніе между звукомъ **e** и **a** равно отношенію дробей $\frac{4}{3}$ и $\frac{7}{3}$ или $\frac{4}{7}$. Это отношеніе наз. **интерваломъ**.

Какъ видно интерваллы неравны.

*) Основной звукъ наз. также **тониной** или **починъ**.

Между прямой и секундой	интервалъ	—	$\frac{9}{8}$
„ секундой и терціей	„	—	$\frac{10}{9}$
„ терціей и квартой	„	—	$\frac{16}{15}$
„ квартой и квинтой	„	—	$\frac{9}{8}$
„ квинтой и секстой	„	—	$\frac{10}{9}$
„ секстой и септимой	„	—	$\frac{9}{8}$
„ септимой и октавой	„	—	$\frac{16}{15}$

Интерваллы $\frac{9}{8}$ и $\frac{10}{9}$ называют полными интервалами, а $\frac{16}{15}$ — полуинтерваломъ.

Принимъ с за основной тонъ (тонику) и означимъ полные интерваллы черезъ 1, а полуинтерваллы черезъ $\frac{1}{2}$ мы видимъ, что они слѣдуютъ одинъ за другимъ въ слѣдующемъ порядкѣ:

звуки	c	d	e	f	g	a	h	c̄
интерваллы	1	1	$\frac{1}{2}$	1	1	1	$\frac{1}{2}$	

Такой звукорядъ наз. **диатонической гаммой**.

Чтобъ уравнять интерваллы между семью основными звуками, вставляють между c и d, d и e, f и g, g и a, a и h еще по одному звуку.

Эти промежуточные звуки вмѣстѣ съ 7-ю основными составляютъ 12 полуинтерваловъ или (какъ ихъ неправильно называютъ) 12 полутоновъ.

Такой звукорядъ наз. **хроматической гаммой**, въ которой звуки будутъ идти въ слѣдующемъ порядкѣ:

c	cis	d	dis	e	f	fis	g	gis	a	ais	h	c̄	или
c	des	d	es	e	f	ges	g	as	a	b (hes)	h	c̄.	

Между звуками cis и des, dis и es и т. д. хотя и есть разница, но на некоторыхъ инструментахъ, въ томъ числѣ и на фортепиано этой разницы не существуетъ.

Впрочемъ въ приложенной таблицѣ къ 13 звукамъ хроматической гаммы мы прибавили звукъ es (отличный отъ dis), называемый **малой терціей**.

ТАБЛИЦА.

Название звуковъ.		СТЕПЕНИ ЗВУКОВЪ.	Число колебаний въ 1 сек.
c	ut или do	1 прима, тоника, основной звукъ	1
cis	ut діэзъ	увеличенная прима	$\frac{25}{24}$
d	re	2 большая секунда	$\frac{9}{8}$
dis	re діэзъ	увеличенная секунда	$\frac{75}{64}$
es	mi бемолю	малая терція	$\frac{6}{5}$
e	mi	3 большая терція (медіанта)	$\frac{5}{4}$
f	fa	4 кварта	$\frac{4}{3}$
fis	fa діэзъ	увеличенная кварта	$\frac{25}{18}$
g	sol	5 чистая квинта (доминанта)	$\frac{3}{2}$
gis	sol діэзъ	увеличенная квинта	$\frac{25}{16}$
a	la	6 большая секста	$\frac{5}{3}$
ais (b)	la діэзъ	увеличенная секста	$\frac{125}{72}$
h	si	7 большая септима	$\frac{15}{8}$
c̄	ut или do	8 чистая октава	2

Извѣстно, что четыре звука, а именно: **прима** (1), **терція** ($\frac{3}{2}$), **квинта** ($\frac{4}{3}$) и **октава** (2) образуютъ совершенное трезвучіе (консонансный аккордъ, *reiner Dreiklang, accord parfait*) или, какъ это сопряженіе звуковъ называлось въ древней музыкальной терминологіи — **триестество-гласіе**.

Это сопряженіе звуковъ, говоритъ кн. **Одоевскій**, не есть произвольное, оно дается самою природою звучащихъ тѣлъ, которымъ соответствуетъ строеніе нашего уха и нашего горла и потому такое сопряженіе играетъ весьма важную роль въ музыкѣ. Оно наз. **трезвучіемъ** потому, что собственно состоитъ изъ 3-хъ звуковъ: **примы, терціи** и **квинты**; за тѣмъ четвертый звукъ — **октава** есть только повтореніе перваго.

Аккордовъ бываетъ нѣсколько: такъ напр. есть **септ-аккордъ, нон-аккордъ, кварта-септ-аккордъ** и т. п. Всѣ эти соединенія звуковъ допускаются въ музыкѣ и могутъ при обстоятельствахъ произвести эстетическое дѣйствіе на насъ, но не всѣ они въ одинаковой степени пріятны для уха и чувства; нѣкоторые могутъ быть весьма непріятны, потому ихъ дѣлать на **консонансы** и **диссонансы**.

Здѣсь также какъ и въ видимыхъ предметахъ невольно является вопросъ: въ чемъ состоитъ бѣлая или мѣлая степень благозвучія этихъ соединеній?

Въ древности искали объясненія эстетическаго дѣйствія главныхъ аккордовъ въ пропорціональномъ дѣленіи.

Для объясненія **квинты** служила **непрерывная арифметическая пропорція**.

Если три числа, напр. **20, 15 и 10** имѣютъ такое свойство, что разность **перваго** и **второго** равняется разности **второго** и **третьяго**, т. е. $20 - 15 = 15 - 10$ (пишутъ и въ такомъ видѣ **20. 15. 10**), то такая пропорція наз. **непрерывной арифметической пропорціей**, числа **20, 15 и 10** наз. **членами** ея и **средній членъ 15** наз. **среднее арифметическое число** между **20 и 10**.

Изъ таблицы (стр. 17) видно, что числа колебаній **основнаго тона, квинты** и **октавы** относятся между собою какъ **1, $\frac{3}{2}$ и 2** или (приведя къ одному знаменателю) какъ **2, 3 и 4**.

Но **2, 3 и 4** составляютъ непрерывную арифметическую пропорцію, ибо $2 - 3 = 3 - 4$; слѣд. арифметическое отношеніе основнаго тона къ квинтѣ равно арифметическому отношенію квинты къ октавѣ.

Для объясненія **кварты** служила **непрерывная гармоническая пропорція**.

Если три числа **30, 15 и 10** имѣютъ такое свойство, что разность **перваго** и **второго** такъ относится къ разности **второго** и **третьяго**, какъ **первое** число относится къ **третьему**, т. е. $(30 - 15) : (15 - 10) = 30 : 10$,

то такая пропорція наз. **непрерывной гармонической пропорціей**, числа **30, 15 и 10** — членами гармонической пропорціи, а **15** — **среднимъ гармоническимъ членомъ**.

Изъ таблицы (стр. 17) видно, что числа колебаній **основнаго тона, кварты** и **октавы** относятся между собою, какъ **1, $\frac{4}{3}$ и 2** или (приведя къ одному знаменателю) какъ **3, 4 и 6**.

Но **3, 4 и 6** составляютъ непрерывную гармоническую пропорцію, ибо: $(3 - 4) : (4 - 6) = 3 : 6$.

Такимъ образомъ хотѣли объяснить эстетическое дѣйствіе другихъ сочетаній звуковъ.

Въ новѣйшее время объясняютъ различныя значенія аккордовъ менѣе искусственнымъ образомъ, а именно: говорятъ, что большая или меньшая степень прекраснаго зависитъ отъ большей или меньшей простоты отношеній между числами колебаній звуковъ, соединенныхъ въ аккордъ.

На основаніи этого правила наиболѣе удовлетворительный аккордъ изъ двузвучныхъ былъ-бы **октава**, такъ какъ тутъ отношеніе $= 1 : 2$ (самое простое), слѣдующее мѣсто заняла-бы **квинта** съ отношеніемъ $2 : 3$, за тѣмъ **кварта** ($3 : 4$) и наконецъ **третія** ($4 : 5$) и ($5 : 6$).

Относительно многозвучныхъ аккордовъ **Зйлеръ** считалъ за правило, что звуки тѣмъ болѣе созвучны, чѣмъ меньше общій знаменатель чиселъ, выражающихъ звуки и слѣд. принималъ за масштаб **простоту**.

Противъ этого объясненія можно многое сказать.

Такъ какъ соединеніе основнаго звука и октавы, хотя не представляетъ ничего непріятнаго для уха, но не представляетъ и особенно что-либо пріятное; поэтому врядъ-ли это сочетаніе есть совершеннѣйшее. Еще менѣе можно сказать это о **квинтѣ**. Квинта звучитъ даже непріятно для уха до тѣхъ поръ, пока не присоединится къ ней **терція**. Такимъ образомъ и эту теорію нельзя признавать вѣрною.

Чтобы примирить противорѣчія теоріи съ практикой принято было еще одно положеніе, а именно: что соединеніе **двухъ** звуковъ не можетъ вполне удовлетворить чувство слуха и необходимо долженъ присоединиться **третій**, чтобы произвести гармонию. Такимъ образомъ она основывается все на **трезвучіи**. Последнее обстоятельство находится въ противорѣчіи съ самой теоріей, по которой простѣйшее есть совершеннѣйшее; присоединеніе-же **третьяго** не упрощаетъ дѣла.

Но основная мысль теоріи — трезвучіе — вѣрна, только объясненіе ея должно искать въ томъ-же, въ чемъ заключалась вообще формальная красота видимыхъ явленій, а именно въ **эстетической пропорціи**.

Спрашивается: какое соединение звуковъ соответствуетъ этому отношению?

Изъ таблицы (стр. 17) видно, что числа колебаній звуковъ es и c относятся между собою, какъ $\frac{a}{c}$ къ 2 или $3:5$, а звуковъ e и c какъ $\frac{a}{c}$ къ 2 или $5:8$, но числа $3, 5, 8, 13$ мало отличаются отъ чиселъ $3,106; 5,025; 8,131$ и $13,156$, (въ таблицѣ на стр. 3) которыхъ, какъ известно, имѣютъ такое свойство, что: $3,106:5,025 = 5,025:8,131$.

Безъ большой погрѣшности можно принять, что $3:5 = 5:8$ и $5:8 = 8:13$.

И такъ соединеніе *малой терціи* съ *октавой основного звука*, т. е. соединеніе es (dis) и c , которому соответствуетъ отношеніе $3:5$ и соединеніе *большой терціи* съ *октавой основного звука*, т. е. соединеніе e и c , которому соответствуетъ отношеніе $5:8$, можно разсматривать какъ два созвучія, отвѣчающія эстетическому закону пропорціональности, *) ибо:

$$es:c = c:es + c \quad (3:5 = 5:8) \quad \text{и} \quad e:c = c:e + c \quad (5:8 = 8:13).$$

Такъ какъ эти два соединенія звуковъ между двузвучными дѣйствительно самыя пріятныя и наиболѣе удовлетворяющія слуху, то изъ этого слѣдуетъ, что эти двузвучія суть единственныя, которыми оканчивается музыкальный періодъ. Этимъ-же объясняется, почему импровизованный народный напѣвъ и простая музыка двухъ валторнъ (или англійскихъ рожковъ) движется въ секстахъ и ихъ дополненіи — терціяхъ.

Еще слѣдуетъ замѣтить, что въ этихъ двухъ соединеніяхъ большой терціи и малой терціи заключаются два существенные характера музыкальных родовъ, т. е. *дурный* и *молальный* родъ.

Нѣтъ сомнѣнія, что эстетическое чувство и музыкальная практика давно признали эти соединенія за совершеннѣйшія, но теорія считала ихъ только произвольными или обращенными аккордами обихъ терцій, потому что она исходила изъ ложнаго основанія: простоты числовыхъ отношеній и не замѣчала болѣе глубокаго значенія въ отношеніяхъ $3:5$ и $5:8$.

Диатоническая гамма состоитъ изъ слѣдующихъ 7 звуковъ (или 8, считая октаву), а именно:

$c \ d \ e \ f \ g \ a \ h \ c$ или
 $c \ d \ e \ s \ f \ g \ a \ h \ c$

*) Считая снизу вверхъ можно e и c и es и c разсматривать какъ малую сексту и большую сексту.

Разница этихъ двухъ рядовъ состоитъ въ томъ, что въ первомъ ряду входитъ большая терція ($c:e$), а во второмъ — малая терція ($c:es$).

Соединеніе *октавы* съ *большой терціей* основного звука соответствуетъ отношенію верхней и нижней части туловища въ *мужской фигурѣ*, а соединеніе *октавы* съ *малой терціей* основного звука — отношенію верхней и нижней части туловища въ *женской фигурѣ*.

Первое имѣетъ характеръ болѣе строгой и твердости и наз. *дурнымъ* или *мажорнымъ* родомъ *), второе — характеръ болѣе пріятности и нѣжности и наз. *молальнымъ* или *минорнымъ* **).

И такъ эстетическое дѣйствіе обоихъ единственно удовлетворяющихъ двузвучій основывается на томъ-же дѣленіи, на которомъ основывалось эстетическое дѣйствіе человеческого тѣла съ тою разницею, что въ одномъ случаѣ мы имѣемъ дѣло съ *движеніемъ*, въ другомъ — съ *тѣломъ*, тамъ *время*, здѣсь — *пространство*.

Для болѣе наглядности можно пропорціональное дѣленіе времени свести также на пропорціональное дѣленіе пространства, ибо известно, что числа колебаній струнъ обратно пропорціональны ихъ длинамъ и потому пропорціональность, существующая между числами колебаній, будетъ также существовать и между числами, выражающими длину струны.

Закопъ этотъ еще болѣе выплываетъ въ области гармоніи тѣмъ, что посредствомъ его можно перейти и къ другимъ интерваламъ, сначала къ трезвучію, а потомъ ко всѣмъ основнымъ аккордамъ дурнаго и молального рода.

Возьмемъ въ основаніе молальный аккордъ $G + e = \frac{3}{2}$, тогда числамъ нашего ряда: $3, 5, 8, 13, 21, 34$, и т. д. будутъ соответствовать слѣдующія сексты:

*) Кн. Одоевскій въ своей „Музыкальной грамотѣ“ говоритъ, что наименованіе этихъ родовъ *дурная* или *молальная гамма* не вѣрно, а надо называть ихъ *дурный* и *молальный родъ*.

**) Впрочемъ слова *dur* и *mol* произошли не отъ твердаго и мягкаго характера музыкальных нѣвъ, а относятся къ угловатой и круглой формѣ знаковъ $\frac{3}{2}$ (для нашего звука h) и $\frac{5}{4}$ (для нашего b) т. е. означали *B durum* и *molle* въ среднѣвѣковомъ способѣ писанія нотъ.

$$\begin{aligned}
\frac{3}{5} &= G + e \text{ (E moll)} \\
\frac{5}{8} &= e + \bar{c} \text{ (C dur)} \\
\frac{8}{13} &= \bar{c} + \bar{a} \text{ (A moll)} \\
\frac{13}{21} &= \bar{a} + \bar{f} \text{ (F dur)} \\
\frac{21}{34} &= \bar{f} + \bar{d} \text{ (D moll)} \\
\frac{34}{55} &= \bar{d} + \bar{b} \text{ (B dur)} \\
\frac{55}{90} &= \bar{b} + \bar{g} \text{ (G moll)} \\
\frac{90}{145} &= \bar{g} + \bar{es} \text{ (Es dur)} \\
\frac{145}{236} &= \bar{es} + \bar{c} \text{ (C moll)} \\
\frac{236}{381} &= \bar{c} + \bar{gis} \text{ (Gis dur)} \\
\frac{381}{618} &= \bar{gis} + \bar{f} \text{ (F moll)} \\
\frac{618}{1000} &= \bar{f} + \bar{cis} \text{ (Cis dur)} \\
\frac{1000}{1618} &= \bar{cis} + \bar{b} \text{ (B moll)} \\
\frac{1618}{2618} &= \bar{b} + \bar{fis} \text{ (Fis dur)} \text{ и т. д.}
\end{aligned}$$

пока наконец придет къ двузвучію **h + g** (G moll) и отъ этого опять къ **G + e** (E moll), которымъ и начался рядъ.

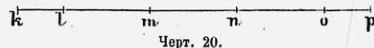
И такъ послѣдовательное примѣненіе этого закона ведетъ черезъ всѣ тоны, гаммы и лады міра звуковъ.

Разсматривая прогрессивный рядъ секстъ мы видимъ, что крайніе члены двухъ отношеній постоянно соединяются такими звуками, которые вмѣстѣ съ крайними составляютъ **трезвучіе**; такъ напр. **G** и **c** соединяются чрезъ **e**, **e** и **a** чрезъ **c** и т. д. Надо слѣд. только соединять по три звука верхняго ряда, чтобы отъ двузвучій перейти ко всѣмъ трезвучіямъ; такъ мы получимъ: **G e c**, **e c a**, **c a f**, **a f d** и т. д., стоитъ взять ихъ только въ одной и той же октавѣ, чтобы получить эти трезвучія въ ихъ первоначальной формѣ (**ceg**, **ace**, **fac**, **dfa** и т. д.). Взявши по четыре звука верхняго ряда въ обратномъ

порядкѣ, мы получимъ рядъ большихъ семь-аккордовъ **cegh**, **eghd**, **ghdis** и т. д.

Возьмемъ прямую линію (чер. 20), которая представитъ интерваллы между основнымъ звукомъ и его октавой, раздѣлимъ ее на 12 равныхъ частей (какъ это бываетъ при равномерной темперациі), представляющихъ полуинтерваллы звуковъ*) и подъ ней начертимъ линію

c	cis	d	dis	e	f	fis	g	gis	a	ais	h
---	-----	---	-----	---	---	-----	---	-----	---	-----	---



одинаково длинную, которую раздѣлимъ въ среднемъ и крайнемъ отношеніи, мы замѣтимъ, что точки дѣленія болѣе или менѣе совпадаютъ съ тѣми звуками, которые образуютъ главные аккорды.

Такъ мы видимъ, что точка **m**, дѣлящая линію **kp**, приходится противъ **e**; точка **n**, дѣлящая болѣе отрезокъ въ среднемъ и крайнемъ отношеніи, приходится противъ **g**; **l** противъ **cis** и наконецъ **o**, дѣлящая линію **np**, противъ **ais**.

Такимъ образомъ мы получаемъ тѣ звуки гаммы, которые въ соединеніи съ крайними (соотвѣствующими головѣ и ногѣ въ человѣческомъ тѣлѣ), т. е. основнымъ звукомъ и октавой, образуютъ элементы главныхъ аккордовъ: дурнаго или мольнаго двузвучія, трезвучія, семь-аккорда и нонь-аккорда.

Дѣленіе линіи **kp** соответствуетъ дѣленію головы (фиг. 5), ибо цѣлое распадается на три равныя части: **lm**, **mn**, **no**, лежащія въ срединѣ и двѣ меньшія равныя **kl** и **op**, лежащія по краямъ.

Эстетическій законъ пропорциональности встрѣчается также и въ поэзи; мы видимъ это напр. въ отношеніи **arsis** къ **thesis****) въ дохмическомъ стихѣ (v — — | — v —), который нѣкоторые называютъ **nobilissimum genus metri**. Въ немъ первая или **восходящая** часть состоитъ изъ 3 моръ, а вторая или **нисходящая** изъ 5 моръ***).

*) Говорятъ обыкновенно: интерваллы полутоновъ, но, какъ справедливо замѣтитъ кн. Одоевскій, слово **полутонъ** или **полузвукъ** также нѣлпо, какъ слово **полукрышка** или **полудитя**.

) **Arsis — повышеііе голоса въ стихѣ и **thesis** — пониженіе, или въ музыкѣ: легкая подъударная часть такта и тяжелая ударная часть такта.

***) **Мора** есть то количество времени, которое употребляется для произнесенія извѣстнаго слога. Долгііі слогъ имѣетъ сравнительно двѣ моры съ короткимъ.

То что въ музыкѣ называется **тактомъ**, то въ метрикѣ называется **стопомъ** (πόδες, pedes), т. е. небольшіе отдѣлы стиха съ правильно повторяющимся рядомъ слоговъ и тоновъ. Стихъ обыкновенно состоитъ изъ соединенія нѣсколькихъ одинаковыхъ тактовъ, не измѣняющихся. По **дохмѣ** принадлежитъ къ смѣшаннымъ стихамъ и притомъ изъ тактовъ различнаго протяженія. Намъ это при нашемъ стихосложеніи совершенно не поинтно, примѣры надо искать въ музыкѣ. **Шмидтъ***) и **Брамбахъ****) говорятъ, что аналогическій примѣръ представляетъ музыка нѣмецкаго танца подъ названіемъ Rheinländer (фиг. 21).

Rheinländer.



Фиг. 21.

Цезура дѣлитъ стихъ на 2 части, такъ напр. у **ямбическаго триметра*****), у **пятистопнаго ямба** и особенно **гензаметра**, въ которомъ при обыкновенной его цезурѣ, такъ называемомъ **penthemimeres**, первая часть стиха относится ко второй, какъ 5 : 7, ибо цезура находится на 5-мъ полуступишн (****), слѣд. близко подходитъ къ отношенію 5 : 8, даже совершенно достигаетъ этого отношенія, если находящуюся между обѣими частями паузу причислить ко второй части.

*) Zeitfaden zur griechischen Metrik.

**) Studien zu Sophocles.

***)) Ямбическій триметръ состоитъ изъ 6 стопъ, которые соединяются по главнымъ акцентамъ въ три диодии; напр.:

οι κείνον αὖ | γὰρ ἔλπον' ἰσ' | μὴν' ἔς κερ'.

главные ударенія означены черт. "

****)) Въ **hephthemimeres** цезура находится на 7-мъ полуступишн и отношеніе = 7 : 5.